Ingeniero Geólogo - Universidad Politécnica de Madrid

Mecánica de Medios Continuos

PRIMER PARCIAL (1 de Febrero de 2005)

Apellidos *Nombre* *N.º*

Ejercicio 1.º (puntuación 10/30) Tiempo: 60 min.

i) Definir el concepto de deformación infinitesimal y enunciar las expresiones de los tensores de deformación infinitesimal y rotación infinitesimal.

ii) Considerar la deformación:

$$\boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{X}) = (\cos\theta\, X_1 - \operatorname{sen}\theta\, X_2)\boldsymbol{e}_1 + (\operatorname{sen}\theta\, X_1 + \cos\theta\, X_2)\boldsymbol{e}_2 + X_3\boldsymbol{e}_3 \ ,$$

donde θ es una constante.

a) Demostrar que se trata de una deformación rígida (no necesariamente infinitesimal).

b) Calcular el correspondiente tensor de deformación infinitesimal.

c) Discutir por qué este tensor se debe o no se debe anular.

d) Explicar qué ocurre con este mismo tensor cuando $|\theta|$ es muy pequeño (pero no cero).

INGENIERO GEÓLOGO - UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID

Mecánica de Medios Continuos

PRIMER PARCIAL (1 de Febrero de 2005)

Apellidos	*Nombre*	*N.º*

Ejercicio 2.º (puntuación 10/30) Tiempo: 60 min.

El campo de deformación de un medio continuo bidimensional es, en todo instante de tiempo,

$$\boldsymbol{\varphi}(X_1, X_2, t) = X_1 e^{tX_2} \boldsymbol{e}_1 + A(1+t) X_2 \boldsymbol{e}_2 \ ,$$

siendo A una constante.

i) Calcular el gradiente de deformación y el tensor de Cauchy-Green $\boldsymbol{C}$.

ii) Encontrar el valor de la constante A sabiendo que un diferencial de volumen situado en el punto $(X_1, X_2) = (1, 0)$ multiplica por 3 su tamaño en el instante $t = 2$.

iii) En este mismo punto e instante, calcular los invariantes principales de $\boldsymbol{C}$.

iv) También en el instante $t = 2$, ¿cuáles son los alargamientos máximo y mínimo que experimenta un vector diferencial situado en el punto $(X_1, X_2) = (1, 0)$?

v) Calcular la velocidad material y espacial en todo punto e instante.

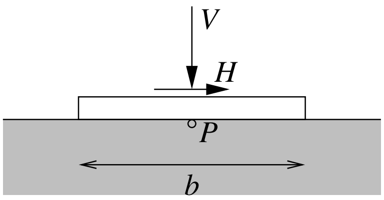
vi) Calcular la aceleración material y espacial en todo punto e instante.

Mecánica de Medios Continuos

EXAMEN PARCIAL (1 de febrero de 2005)

Apellidos *Nombre* *N.º*

Ejercicio 3.º (puntuación: 10/30) Tiempo: 60 min.



La figura representa una cimentación mediante zapata corrida flexible, de ancho $b = 2$ m y de gran longitud ($c \gg b$) en la dirección perpendicular a la figura. Sobre la misma actúan unas cargas $V = 300$ kN/m y $H = 100$ kN/m, que se reparten uniformemente en el terreno a través de la zapata. El terreno puede considerarse elástico lineal e isótropo, con módulo de Young $E = 40$ MPa y de Poisson $\nu = 1/3$. Se considerará la dirección x horizontal, y vertical y z perpendicular al plano de la figura. La restricción lateral del terreno en dirección x es tal que la tensión normal que se produce en dicha dirección es 1/5 de la tensión vertical aplicada ($\sigma_{xx} = (1/5)\sigma_{yy}$). En la dirección perpendicular al plano de la figura, al tratarse de una zapata de gran longitud, la deformación se puede considerar nula (deformación plana). Considerando un punto P del terreno justo debajo de la zapata, se pide:

1. Componentes de tensiones en el plano de la figura ($\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy}$).
2. Tensión en dirección perpendicular a la figura (σ_{zz}) y expresión completa de las componentes del tensor de tensiones $[\boldsymbol{\sigma}]_{3\times3}$.
3. Tensiones principales y ángulo que forman con las direcciones xyz.
4. Deformación volumétrica, deformaciones de corte ($\epsilon_{xy}, \epsilon_{yz}, \epsilon_{xz}$) y deformación máxima de corte.

Nota. Se recuerdan las expresiones siguientes de la elasticidad:

$$\boldsymbol{\sigma} = \lambda\,\mathrm{tr}(\boldsymbol{\varepsilon})\mathbf{1} + 2\mu\boldsymbol{\varepsilon}\,;$$
$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}\,; \quad \mu = \frac{E}{2(1+\nu)}\,.$$