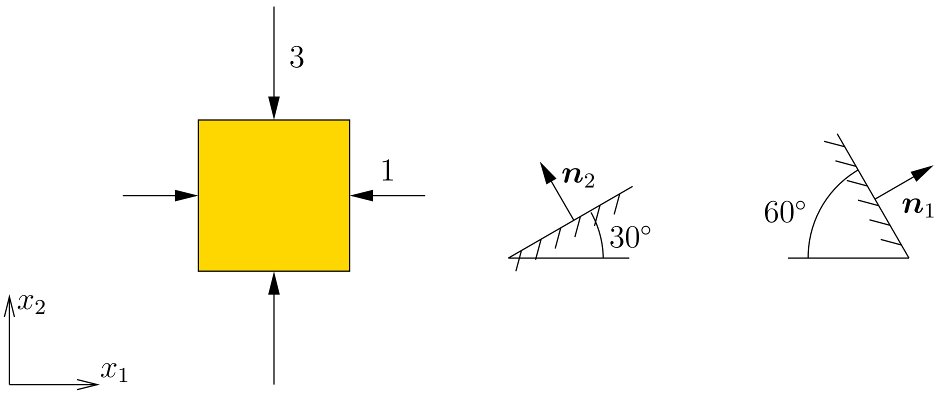
Ingeniería Geológica — Universidad Politécnica de Madrid

MECÁNICA DE MEDIOS CONTINUOS

Problemas Tema 1: Análisis de Tensiones — Curso 2005-06

Problema 1.— Se define el estado de tensión plana esquematizado en la siguiente figura:



Se pide obtener las componentes del tensor de tensiones $[\boldsymbol{\sigma}]$, así como las tensiones normal y tangencial para los planos definidos por las normales $\boldsymbol{n}_1$ y $\boldsymbol{n}_2$, empleando para ello los siguientes procedimientos:

1. Equilibrio de cuñas
2. Expresiones algebraicas de la tensión normal y tangencial a partir de $\boldsymbol{\sigma}$
3. Cambio de componentes del tensor para rotación de los ejes coordenados
4. Círculo de Mohr

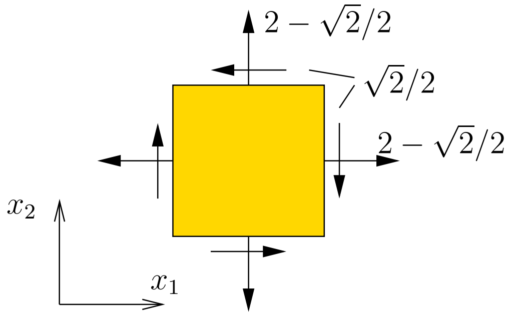
Problema 2.— Dadas las componentes del tensor de tensiones en un punto P respecto a la base $\{\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3\}$,

$$[\boldsymbol{\sigma}] = \begin{pmatrix} 18 & 0 & -12 \\ 0 & 6 & 0 \\ -12 & 0 & 24 \end{pmatrix} \text{MPa}\,,$$

se pide:

1. Determinar el vector tensión $\boldsymbol{t}$ sobre un plano con normal unitaria
$$\boldsymbol{n} = \frac{1}{\sqrt{3}}(\boldsymbol{e}_1 + \boldsymbol{e}_2 + \boldsymbol{e}_3)\,.$$
2. Descomponer el vector tensión obtenido en sus componentes normal y tangencial, determinando además sus módulos.
3. Obtener las componentes del tensor de tensiones asociadas a una nueva base $\{\boldsymbol{e}'_1, \boldsymbol{e}'_2, \boldsymbol{e}'_3\}$ obtenida por rotación de $+30°$ alrededor de x_1.

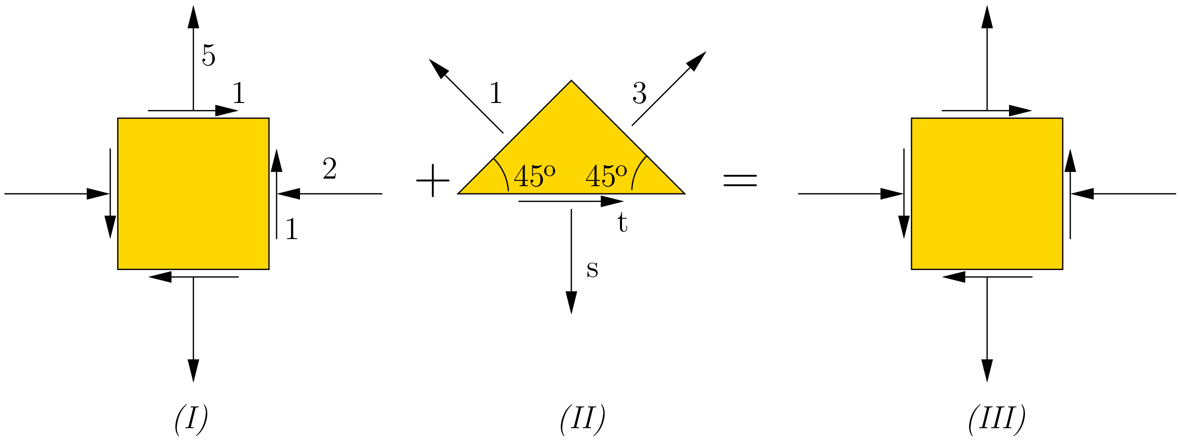
Problema 3.— Para el estado de tensión plana siguiente:



Se pide:

1. Expresar las componentes cartesianas del tensor de tensiones
2. Dibujar el círculo de Mohr correspondiente, obteniendo el centro y el radio
3. Obtener las tensiones principales y las direcciones correspondientes
4. Obtener la máxima tensión tangencial y la dirección correspondiente

Problema 4.— Para el estado $III = I + II$ esquematizado en la figura, se pide:



1. Calcular las tensiones que actuan en los planos esquematizados en la figura para el estado III (planos horizontal y vertical):
   a) geométricamente a partir del círculo de Mohr.
   b) algebraicamente a partir del tensor de tensiones.
2. Determinar las tensiones principales y los invariantes.
3. Determinar las partes esférica y desviadora.

Problema 5.— Dado el campo de tensores de tensiones para una base ortonormal,

$$[\boldsymbol{\sigma}] = \begin{pmatrix} x_1^2 x_2 & x_1(1-x_2^2) & 0 \\ x_1(1-x_2^2) & \frac{1}{3}(x_2^3 - 3x_2) & 0 \\ 0 & 0 & 2x_3^2 \end{pmatrix}$$

Determinar:

1. La distribución de fuerzas másicas en el cuerpo para que se verifiquen las ecuaciones de equilibrio.
2. Las tensiones principales en el punto $P(a) = (a, 0, 2\sqrt{a})^{\mathrm{T}}$.
3. El valor máximo de la tensión tangencial en $P(a)$.