MECÁNICA DE MEDIOS CONTINUOS

PROBLEMAS TEMA 2: ANÁLISIS DE TENSIONES

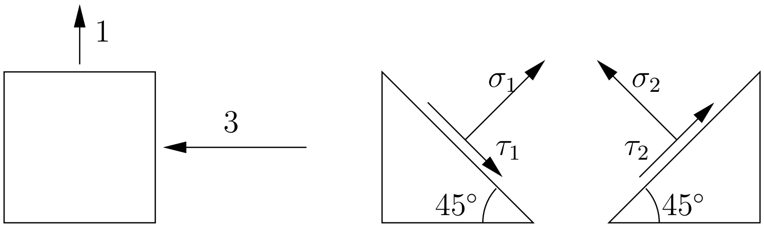
Curso 2006-07

Problema 1.— Teniendo en cuenta la definición del tensor de tensiones desviadoras $\boldsymbol{\sigma}' = \boldsymbol{\sigma} - \sigma_m \mathbf{1}$ y de los coeficientes de los polinomios característicos de $\boldsymbol{\sigma}$ y de $\boldsymbol{\sigma}'$,

$$\det(\boldsymbol{\sigma} - \lambda\mathbf{1}) = -\lambda^3 + I_1\lambda^2 - I_2\lambda + I_3 = 0$$
$$\det(\boldsymbol{\sigma}' - \lambda\mathbf{1}) = -\lambda^3 + J_2\lambda + J_3 = 0$$

1. Obtener las expresiones de (J_2, J_3) en función de las tensiones principales $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$
2. Obtener las expresiones de (J_2, J_3) en función de los invariantes principales (I_1, I_2, I_3)

Problema 2.— Dado el estado de tensiones plano definido en el esquema siguiente, obtener las tensiones normales y tangenciales en los planos indicados (σ_1, τ_1) y (σ_2, τ_2) empleando para ello los siguientes procedimientos:



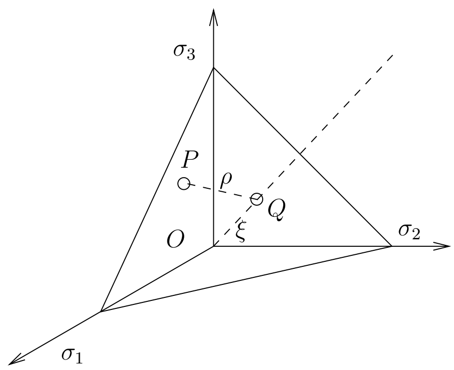
1. Expresiones algebraicas de la tensión normal y tangencial.
2. Cambio de base mediante una rotación a unos nuevos ejes normales a los planos indicados.
3. Círculo de Mohr.

Se considerará que en la dirección normal a la figura la tensión es nula.

Problema 3.—

1. Se define el eje octaédrico como la trisectriz del triedro formado por las direcciones principales de tensión, y el plano octaédrico como el perpendicular al eje octaédrico en un punto determinado. Definiendo la tensión octaédrica de corte τ_{oct} como la tensión de corte sobre el plano octaédrico deducir las expresiones siguientes

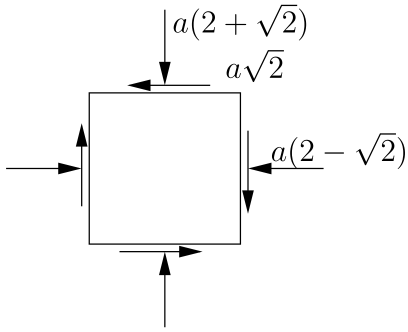
$$J_2 = \frac{3}{2}\tau_{\text{oct}}^2$$
$$\tau_{\text{oct}}^2 = \frac{1}{9}(2I_1^2 - 6I_2)$$



2. Definiendo en el espacio de tensiones principales el punto representativo de la tensión $P \equiv (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$, el origen $O \equiv (0,0,0)$ y el punto Q proyección de P sobre el eje hidrostático, llamando $\rho \stackrel{\text{def}}{=} \overline{QP}$ y $\xi \stackrel{\text{def}}{=} \overline{OQ}$ demostrar que

$$\rho = \sqrt{3}\tau_{\text{oct}}\,; \qquad \xi = \sqrt{3}\sigma_m$$

Problema 4.— Se considera un material elástico lineal e isótropo sometido a deformación plana, con las tensiones esquematizadas en la figura adjunta. En la dirección normal al plano de la figura la tensión normal es $\sigma_{33} = a$. Se pide:



1. Expresar las componentes del tensor de tensiones. Obtener la tensión hidrostática y las componentes de la tensión desviadora.

2. Calcular las tensiones principales y sus direcciones. Para estas direcciones calcular de nuevo la tensión hidrostática y desviadora.

3. Valor de a para que sea $\sqrt{J_2} = 100$ kPa.

Problema 5.— Dado las componentes del campo de tensores de tensiones para una base ortonormal,

$$[\boldsymbol{\sigma}] = \begin{pmatrix} x_1^2 x_2 & x_1(1-x_2^2) & 0 \\ x_1(1-x_2^2) & \frac{1}{3}(x_2^3 - 3x_2) & 0 \\ 0 & 0 & 2x_3^2 \end{pmatrix}$$

Determinar:

1. La distribución de fuerzas másicas en el cuerpo para que se verifiquen las ecuaciones de equilibrio.

2. Las tensiones principales en el punto $P(a) = (a, 0, 2\sqrt{a})^{\mathrm{T}}$.

3. El valor máximo de la tensión tangencial en $P(a)$.