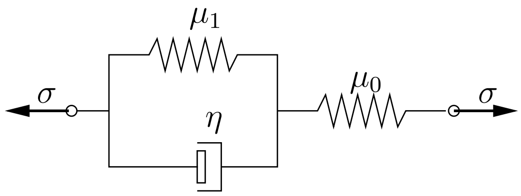
Ingeniería Geológica

MECÁNICA DE MEDIOS CONTINUOS

Problemas Tema 8: Viscoelasticidad — Curso 2006-07

Ejercicio 1.— Se considera un material cuyo comportamiento uniaxial queda definido por un sólido lineal estándar, según el esquema adjunto.



Se pide:

1. Demostrar que la ecuación diferencial que corresponde a este material es

$$\varepsilon + \tau\dot{\varepsilon} = \frac{1}{\mu_\infty}\sigma + \frac{\tau}{\mu_0}\dot{\sigma}$$

siendo $\tau \stackrel{\text{def}}{=} \eta/\mu_1$, y $1/\mu_\infty = 1/\mu_0 + 1/\mu_1$.

2. Comprobar que las funciones de fluencia y relajación son respectivamente

$$J(t) = \frac{1}{\mu_\infty} - \frac{1}{\mu_1}\mathrm{e}^{-t/\tau}\,;$$
$$G(t) = \mu_\infty + (\mu_0 - \mu_\infty)\mathrm{e}^{-t/\tau_\varepsilon}\,,$$

siendo $\tau_\varepsilon \stackrel{\text{def}}{=} (\mu_\infty/\mu_0)\tau$.
Nota: la función de fluencia $J(t)$ es la respuesta en el tiempo $\varepsilon(t)$ para una tensión impuesta constante de valor unidad, la función de relajación $G(t)$ es la respuesta en el tiempo $\sigma(t)$ para una deformación impuesta constante de valor unidad.

3. Aplicando las funciones anteriores, obtener la respuesta del material para los instantes inicial ($t = 0$), $t = 2/\tau$ y a tiempo infinito ($t \to \infty$) tanto para una carga constante σ_0 como para una deformación impuesta constante ε_0.

4. Demostrar que el tiempo característico τ se puede interpretar de cualquiera de las dos maneras siguientes:

   a) tiempo que tarda en reducirse la diferencia entre la fluencia instantánea y la de tiempo infinito $1/\mu_\infty - J(t)$ por un factor $1/\mathrm{e}$ (inicialmente esta diferencia vale $1/\mu_1$);

   b) si se mantuviese una fluencia con tasa temporal constante e igual a la inicial, $\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}(0) = \dot{J}(0)$, el tiempo que tardaría en anularse la diferencia anterior.