Ingeniería Geológica Universidad Politécnica de Madrid

MECÁNICA DE MEDIOS CONTINUOS

Problemas Tema 5: Leyes de balance y conservación

Curso 2006-07

Problema 1.— Significado físico de las componentes del tensor velocidad de deformación $\mathbf{D}$, D_{11} y D_{23}

Problema 2— Considere en la configuración deformada B_t un elemento diferencial de volumen material dv, un elemento diferencial de área material da y el vector perpendicular a dicho elemento de área $\mathbf{n}$, calcule:

1. $$\frac{d}{dt}(dv)$$
2. $$\frac{d}{dt}(\mathbf{n}da)$$

   Si los elementos dados al principio del enunciado del problema son elementos de la configuración no-deformada, ¿cuál sería el valor del cambio en el tiempo de los mismos?

Problema 3— Dado C_t, S_t y R_t que representan respectivamente una curva, superficie y región material en la configuración deformada B_t, demuestre las siguientes identidades:

1. $$\frac{d}{dt}\int_{C_t}\mathbf{u}\cdot d\mathbf{x} = \int_{C_t}(\dot{\mathbf{u}}+\mathbf{L}^T\mathbf{u})\cdot d\mathbf{x}$$
2. $$\frac{d}{dt}\int_{S_t}\mathbf{u}\cdot\mathbf{n}da = \int_{S_t}[\dot{\mathbf{u}}+\mathbf{u}\mathrm{tr}\,(\mathbf{L})-\mathbf{L}\mathbf{u}]\cdot\mathbf{n}da$$
3. $$\frac{d}{dt}\int_{R_t}\mathbf{u}dv = \int_{R_t}[\dot{\mathbf{u}}+\mathrm{tr}\,(\mathbf{L})\mathbf{u}]dv.$$

Problema 4— Calcula e interpreta la ecuación del balance de masa en un volumen de control (nota: simplemte aplica el teorema de Reynolds)

Problema 5— Dado el campo de velocidad $v_1 = ax_1 - bx_2$, $v_2 = bx_1 - ax_2$, $v_3 = c\sqrt{x_1^2+x_2^2}$ donde a, b y c son constantes, se pide:

1. Comprobar si cumple la ecuación de continuidad
2. ¿Es incompresible la deformación?

Problema 6— Determina la expresión de la potencia tensional $\sigma_{ij} D_{ij}$ en función del primer tensor de Piola-Kirchoff.

Problema 7— Dada la ecuación constitutiva

$$\sigma = a\mathbf{I} + b\mathbf{B} + c\mathbf{B^2}$$

donde σ es el tensor de tensiones de Cauchy, $\mathbf{B}$ es el tensor de deformación de Cauchy-Green a la izquierda y a, b y c son escalares ¿cumple esta ecuación el criterio de objetividad?